

О соударении упруго-пластических тел

В. И. Бойко

Рассматривая задачу о контактном сжатии тел вращения с внутренними областями пластичности [3], мы нашли кривую зависимости между силой взаимодействия P и местной упруго-пластической деформацией α_1 .

Применим полученные результаты к соударению названных выше тел.

Аппроксимируем кривую зависимости $P(\alpha_1)$ ломаной линией, количество j прямолинейных отрезков которой определяется требуемой точностью аппроксимации. В соответствии с этим весь процесс активного нагружения разобьем на j этапов и дифференциальное уравнение движения центров инерции соударяющихся тел [2]:

$$\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{d^2 \alpha_1}{dt^2} = -P(t) \quad (1)$$

будем интегрировать на каждом из этапов (m_1 и m_2 — массы соударяющихся тел; t — время).

Зависимость $P(\alpha_1)$ на каждом из этапов определяем из уравнения соответствующего отрезка ломаной.

Для произвольного p -го этапа уравнение (1) можно записать в виде

$$\frac{d^2 \alpha_1}{dt^2} = -k_p (a_p \alpha_1 + b_p), \quad (2)$$

где

$$k_p = \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}; \quad (3)$$

$$a_p = P_0 \frac{n_p - n_{p-1}}{\alpha_{1p} - \alpha_{1(p-1)}}; \quad b_p = P_0 \left[n_{p-1} - \frac{\alpha_{1(p-1)} (n_p - n_{p-1})}{\alpha_{1p} - \alpha_{1(p-1)}} \right]. \quad (4)$$

Здесь $n = \frac{P}{P_0}$, причем P_0 — то значение силы взаимодействия, при котором происходит зарождение области пластичности; $\alpha_{1(p-1)}$ и α_{1p} — значения местного сжатия, соответствующие начальной и конечной точкам p -го этапа. Начальные условия p -го этапа имеют вид:

$$\alpha_1|_{t=t_{p-1}} = \alpha_{1(p-1)}; \quad \dot{\alpha}_1|_{t=t_{p-1}} = \dot{\alpha}_{1(p-1)}. \quad (5)$$

Умножим правую и левую части уравнения (2) на $\frac{d\alpha_1}{dt} = \dot{\alpha}_1$. Получим

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{\alpha}_1^2}{2} \right) = -k_p (a_p \alpha_1 + b_p) \frac{d\alpha_1}{dt}. \quad (6)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Л я в, Математическая теория упругости, ОНТИ, 1935.
2. Н. А. К и л ь ч е в с к и й, Теория соударений твердых тел, Гостехиздат, 1949.
3. М. О. К і л ь ч е в с ь к и й, В. І. Б о й к о, Про розв'язок контактної задачі Г. Герца при наявності внутрішньої області пластичності, Прикладна механіка, т. VI, в. 1, 1960.
4. Н. M i n t r o p, Die experimentelle Ermittlung des Kraftverlaufs beim Stoß einer Kugel gegen eine ebene Platte, Zs. angew. Phys., 9, 442—446, 1957.

Поступила 18. IV 1961 г.

Київ