Алексей Васильевич Погорелов

(к пятидесятилетию со дня рождения)

3 марта 1969 г. исполнилось пятьдесят лет замечательному советскому геометру Алексею Васильевичу Погорелову.

А. В. Погорелов родился в г. Короче Белгородской области в семье рабочего. Среднее образование получил в Харькове. Уже в школьные годы А. В. Погорелов обратил на себя внимание устроителей математических олимпиад своими ярко выраженными способностями: сильно развитым геометрическим воображением, богатой математической интуицией и строгостью логического анализа. На городских и республиканской олимпиадах ему неизменно присуждались первые премии. В 1937 г. Алексей Васильевич поступил на математическое отделение физико-математического факультета Харьковского университета. Получив отличную подготовку по всем преподававшимся математическим дисциплинам, он проявил особый интерес к занятиям геометрией и тесно сблизился с сотрудниками кафедры геометрии, возглавлявшейся Д. М. Синцовым.

Отечественная война застала А. В. Погорелова студентом V курса. Он вступил в ряды Красной Армии и его зачислили слушателем Военной воздушной академии им. Жуковского (Москва). В 1943—1944 гг. А. В. Погорелов — участник Отечественной войны. В 1945 г. А. В. Погорелов заканчивает академию и работает инженером-конструктором в Центральном аэрогидродинамическом институте им. Жуковского. Одновременно он проходит заочную аспирантуру в Математическом институте Московского университета под руководством Николая Владимировича Ефимова. В это же время он знакомится и вступает в научный контакт с Александром Даниловичем Александровым. А. Д. Александров и Н. В. Ефимов оказали решающее влияние на формирование А. В. Погорелова как геометра. В 1947 г. А. В. Погорелов защищает кандидатскую диссертацию и переводится на работу в Институт математики и механики Харьковского университета старшим научным сотрудником. Уже через год, в 1948 г., он защищает докторскую диссертацию и назначается заведующим отделом геометрии этого же института. С 1950 по 1959 г. А. В. Погорелов — заведующий кафедрой геометрии ХГУ; в 1959—1960 гг.— заведующий отделом геометрии Института математики АН УССР; с 1960 г. — заведующий отделом геометрии в Физико-техническом институте низких температур АН УССР. В 1957 г. А. В. Погорелова избирают членом-корреспондентом АН УССР, в 1960 г.— членом-корреспондентом АН СССР и действительным членом АН УССР.

Многочисленные исследования А. В. Погорелова посвящены вопросам геометрии «в целом». В этих исследованиях получил исчерпывающее решение ряд актуальных проблем современной геометрии.

Одной из таких проблем, занимавших геометров, начиная с Коши, была проблема однозначной определенности выпуклых поверхностей. Сущность проблемы заключается в установлении равенства двух выпуклых поверхностей при условии их изометрии. Решению этой проблемы посвящены работы Коши, Либмана, Гильберта, Вейля, Кон-Фоссена и других авторов. В трудах этих геометров однозначная определенность устанавливалась в тех или иных дополнительных предложениях о регулярности рассматриваемых поверхностей. Значение проблемы особенно возросло после того, как А. Д. Александровым были получены теоремы о реализуемости абстрактно заданной метрики выпуклой поверхностью. Методы и результаты А. Д. Александрова, полученные для общих многообразий и общих выпуклых поверхностей, могут быть применены для решения соответствующих вопросов теории регулярных поверхностей в классической постановке при условии решения двух проблем: проблемы однозначной определенности при самых общих предположениях и проблемы регулярности поверхности, обладающей регулярной метрикой. В цикле работ, начиная с 1948 г., А. В. Погорелов дал полное решение проблемы однозначной определенности для общих выпуклых поверхностей. Им доказано равенство замкнутых изометричных выпуклых поверхностей, равенство бесконечных выпуклых поверхностей с полной кривизной 2π и равенство бесконечных выпуклых поверхностей с кривизной меньшей 2π при некоторых дополнительных условиях, естественно вытекающих из соответствующей теоремы о реализации С. П. Оловянишникова. Эти работы А. В. Погорелова были удостоены в 1950 г. Государственной премии.

Другой проблемой, естественно вытекающей из потребностей применения синтетического метода теории общих выпуклых поверхностей в классической дифференциальной геометрии, была проблема регулярности выпуклой поверхности с регулярной метрикой. Проблема состоит в решении вопроса о регулярности общей выпуклой поверхности, у которой коэффициенты $g_{\alpha\beta}$ линейного элемента ds^2 — регулярные функции криволинейных координат u, v. Эта проблема также получила исчерпывающее решение в работах А. В. Погорелова. Он доказал, что любая выпуклая поверхность регулярна, если ее метрика регулярна, а гауссова кривизна положительна. Если метрика поверхности аналитическая, то поверхность аналитическая. Аналогичная теорема имеет место и для выпуклых поверхностей в пространствах постоянной кривизны — эллиптическом пространстве и пространстве Лобачевского.

В 1916 г. Г. Вейль поставил проблему изометрического погружения двумерного, гомеоморфного сфере, аналитического риманова многообразия положительной кривизны в трехмерное эвклидово пространство в виде выпуклой аналитической поверхности. Решение проблемы, намеченное самим Вейлем, было завершено в 1937 г. Г. Леви. Другое решение проблемы Вейля, открывшее новое направление в исследованиях по геометрии «в целом», было дано в 1941 г. А. Д. Александровым. Это решение в равной степени применимо и к пространствам постоянной кривизны.

В связи с этим естественно возникла проблема о погружении двумерного риманова многообразия в любое риманово пространство. Эта проблема решена А. В. Погореловым, доказавшим следующую теорему. Пусть R — полное трехмерное риманово пространство и N — замкнутое, гомеоморфное сфере, риманово многообразие с гауссовой кривизной, всюду большей некоторой постоянной C. Тогда, если кривизна пространства R всюду меньше C, то N допускает изометрическое погружение в R в виде регулярной поверхности. Выяснен произвол и степень регулярности погружения в зависимости от регулярности метрик пространства и погружаемого многообразия N. Соответствующие работы, выполненные в 1953—1956 гг. и подытоженные в монографии [3], в 1959 г. были удостоены международной премии им. Лобачевского.

Наряду с изгибаниями (конечными изометрическими преобразованиями) внимание геометров привлекали бесконечно малые изгибания. Это бесконечно малые деформации, при которых длины кривых на поверхности в начальный момент деформации стационарны. Основные проблемы для бесконечно малых изгибаний состоят в установлении возможности самих бесконечно малых изгибаний, их произволе и степени регулярности.

А. В. Погорелов рассмотрел эти проблемы для случая самых общих выпуклых поверхностей и получил окончательные результаты. Именно им доказано, что общая замкнутая выпуклая поверхность, не содержащая плоских областей,— жесткая (т. е. не допускает бесконечно малых изгибаний, кроме тривиальных). Если же поверхность содержит плоские области, то она жесткая вне этих областей. Доказана также весьма общая теорема существования бесконечно малых изгибаний для выпуклых поверхностей с краем и установлен произвол, с которым эти бесконечно малые изгибания строятся. Доказано, что регулярная поверхность положительной кривизны не допускает иных бесконечно малых изгибаний, кроме регулярных. Аналитическая поверхность допускает только аналитические бесконечно малые изгибания.

Многие вопросы геометрии «в целом» при их аналитическом истолковании приводят к соответствующим задачам для дифференциальных уравнений с частными производными. Поэтому многие геометрические результаты могут быть сформулированы как теоремы существования, единственности и регулярности обобщенных решений соответствующих дифференциальных уравнений (чаще всего это уравнения типа Монжа — Ампера). Таковы теоремы об однозначной определенности для выпуклых поверхностей, теоремы о регулярности выпуклых поверхностей с регулярной метрикой, теоремы о жесткости выпуклых поверхностей и др. А. В. Погореловым доказана весьма общего содержания теорема существования бесконечного выпуклого многогранника с данными направлениями граней, заданной монотонной функцией на конечных гранях и опорной функцией на границе сферического изображения. Эта теорема, при известном истолковании функции, заданной на конечных гранях, дает теоремы существования обобщенных решений для уравнений Монжа—Ампера весьма общего вида. При достаточной регулярности коэффициентов уравнения это решение обладает определенной регулярностью. Доказана теорема о единственности обобщенных решений.

За все эти работы, выполненные в 1956—1960 гг. и подытоженные в монографиях [4, 6, 7, 8, 11], А. В. Погорелову была в 1962 г. присуждена Ленинская премия.

Значительная часть работ А. В. Погорелова, начиная с 1960 г., посвящена механике, именно нелинейной теории упругих оболочек. Эти исследования являются естественным приложением новейших геометрических результатов теории поверхностей к изучению трудной и важной проблемы закритического упругого состояния оболочек (после потери устойчивости).

Работы А. В. Погорелова по теории оболочек подытожены в его монографии [18]. Исходя из естественной и убедительно аргументированной гипотезы о том, что закритическая деформация оболочки представляет собой в основном геометрическое изгибание, А. В. Погорелов сводит общий вариационный принцип к вариационному принципу «Λ» геометрического содержания, который затем стандартным образом применяется. Замечательно, что многие задачи получают решение в замкнутом виде (с окончательным результатом в виде соответствующих формул). Специально поставленные контрольные опыты по ряду задач подтверждают теорию. А. В. Погорелов распространил свой метод исследования закритического упругого состояния оболочки на начальную стадию закритической деформации (момент потери устойчивости) для случая выпуклых оболочек. При этом получен некоторый вариационный принцип «В» также геометрического содержания, позволяющий решать вопрос об устойчивости строго выпуклых оболочек общего очертания и нагружения. Метод А. В. Погорелова применим также к исследованию нелинейных задач динамики оболочек (ударное нагружение, колебание с большой амплитудой и др.). Эти работы А. В. Погорелова развивают новое направление в современной теории упругости, имеющее приложение в новой технике, широко применяющей тонкостенные конструкции.

А. В. Погорелов опубликовал серию учебников для университетов по разным разделам геометрии: лекции по аналитической геометрии, по дифференциальной геометрии и по основаниям геометрии. Эти учебники отличаются оригинальностью изложения, математической строгостью и доходчивостью. Они выдержали много изданий в нашей стране, а также переведены и изданы за рубежом.

А. В. Погорелов имеет многочисленных учеников, успешно работающих в различных вопросах геометрии «в целом» и теории упругих оболочек.

Свой пятидесятилетний юбилей Алексей Васильевич Погорелов встречает в расцвете творческих сил. Им написана и в ближайшее время выйдет в свет фундаментальная монография «Внешняя геометрия выпуклых поверхностей». Сдан в печать оригинальный учебник для средней школы «Элементарная геометрия».

Советское правительство высоко оценило научные и научно-организационные заслуги А. В. Погорелова, наградив его орденом Ленина.

Н. И. Ахиезер, Я. П. Бланк,
В. А. Марченко, Ю. А. Митропольский

СПИСОК ПЕЧАТНЫХ ТРУДОВ А. В. ПОГОРЕЛОВА

Монографии

1. Однозначная определенность выпуклых поверхностей, Труды Математического ин-та им. В. А. Стеклова, т. 29, Изд-во АН СССР, М. — Л., 1949.
2. Однозначная определенность общих выпуклых поверхностей, Изд-во АН УССР, К., 1952.
3. Некоторые вопросы геометрии в целом в римановом пространстве, Изд-во Харьковского ун-та, Харьков, 1957.
4. Бесконечно малые изгибания общих выпуклых поверхностей, Изд-во Харьковского ун-та, Харьков, 1959.
5. Изгибание выпуклых поверхностей, Гостехиздат, М. — Л., 1951.
6. Поверхности ограниченной внешней кривизны. Изд-во Харьковского ун-та, Харьков, 1956.
7. Об уравнениях Монжа — Ампера эллиптического типа, Изд-во Харьковского ун-та, Харьков, 1960.
8. Некоторые вопросы теории поверхностей в эллиптическом пространстве, Изд-во Харьковского ун-та, Харьков, 1960.
9. Внешняя геометрия выпуклых поверхностей, «Наука», М., 1968.
10. К теории выпуклых упругих оболочек в закритической стадии, Изд-во Харьковского ун-та, Харьков, 1960.
11. Некоторые результаты по геометрии в целом, Изд-во Харьковского ун-та, Харьков, 1961.
12. Цилиндрические оболочки при закритических деформациях. I. Осевое сжатие, Изд-во Харьковского ун-та, Харьков, 1962.
13. Цилиндрические оболочки при закритических деформациях. II. Внешнее давление, Изд-во Харьковского ун-та, Харьков, 1962.

14. Цилиндрические оболочки при закритических деформациях. III. Кручение, Изд-во Харьковского ун-та Харьков, 1962.
15. Цилиндрические оболочки при закритических деформациях IV. Ограниченно упругие оболочки. Панели. Ортотропные оболочки, Изд-во Харьковского ун-та, Харьков, 1963.
16. Строго выпуклые оболочки при закритических деформациях. I. Сферические оболочки Изд-во Харьковского ун-та, Харьков, 1965.
17. Строго выпуклые оболочки при закритических деформациях. II. Потеря устойчивости, Изд-во Харьковского ун-та, Харьков, 1965.
18. Геометрическая теория устойчивости оболочек, «Наука», М., 1966.
19. Геометрические методы в нелинейной теории упругих оболочек, «Наука», М., 1967.
20. Monge — Ampere equations of elliptic type, P. Noordhoff LTD — Groningen — the Netherlands, 1964.
21. Die Verbiegung konvexer Flächen, Akademie — Verlag, Berlin, 1957.
22. Die eindeutige Bestimmung allgemeiner konvexer Flächen, Berlin, Akademie — Verlag, 1956.
23. Einige Untersuchungen zur Riemannschen Geometrie im Grossen, Berlin, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1960.
24. Topics in the theory of surfaces in elliptic space, New York, Gordon and Breach, Science Publischers, Inc., 1961.
25. Some results on Surface theory in the large, Advances math., 1961.

Учебники

26. Лекции по дифференциальной геометрии, Изд-во Харьковского ун-та, Харьков, 1955.
27. Лекции по аналитической геометрии, Изд-во Харьковского ун-та, Харьков, 1957.
28. Лекции по основам геометрии, Изд-во Харьковского ун-та, Харьков, 1959.
29. Элементарная геометрия, Планиметрия, «Наука», М., 1969.
30. Differential geometry, P. Noordhoff N. V. — Groningen — the Netherlands, 1966.
31. Lectures on the foundations of geometry, P. Noordhoff N. V. — Groningen — the Netherlands, 1966.

Статьи

32. Одна теорема о геодезических на замкнутой выпуклой поверхности, Матем. сб., 18, № 1, 1946.
33. Одна общая теорема для бесконечных выпуклых многогранников, ДАН СССР, 62, № 2, 1948.
34. Однозначная определенность выпуклых поверхностей, ДАН СССР, 62, № 1, 1948.
35. Однозначная определенность закрытых трубок, УМН, 3, вып. 3, 1948.
36. Распространение общей теоремы единственности А. Д. Александрова на случай неаналитических поверхностей, ДАН СССР, 62, № 3, 1948.
37. Априорные оценки для производных регулярного решения уравнения в частных производных эллиптического типа, УМН, 4, вып. 4, 1949.
38. Внутренние оценки для производных радиуса-вектора точки замкнутой регулярной выпуклой поверхности, ДАН СССР, 66, № 5, 1949.
39. К доказательству Вейля теоремы о существовании замкнутой аналитической выпуклой поверхности, реализующей заданную на сфере аналитическую метрику с положительной кривизной, УМН, 4, вып. 4, 1949.
40. О выпуклых поверхностях с регулярной метрикой, ДАН СССР, 67 № 5, 1949.
41. О регулярности выпуклых поверхностей с регулярной метрикой, ДАН СССР, 66, № 6, 1949.
42. Одна общая теорема единственности для бесконечных выпуклых поверхностей, ДАН СССР, 65, № 2, 1949.
43. О регулярности выпуклых поверхностей, УМН, 5, вып. 3, 1950.
44. Одна теорема единственности для выпуклых поверхностей, Матем. сб., 26, № 1, 1950.
45. Однозначная определенность бесконечных выпуклых поверхностей, Ученые записки ХГУ, 28, 1950.
46. Однозначная определенность бесконечных выпуклых поверхностей вращения, Матем. сб., 26, № 2, 1950 (соавтор А. Д. Александров).
47. Регулярность выпуклых поверхностей, Ученые записки ХГУ, 34, 1950.
48. Однозначная определенность общих выпуклых поверхностей, ДАН СССР, 79, № 5, 1951.
49. О жесткости выпуклых многогранников, Ученые записки ХГУ, 40, 1952.
50. О краевой задаче для уравнения $rt - s^2 = \varphi(x, y)$ и ее геометрических приложениях, ДАН СССР, 83, № 3, 1952.
51. Регулярность выпуклой поверхности с данной гауссовой кривизной, Матем. сб., 31, № 1, 1952.
52. К вопросу о существовании выпуклой поверхности с заданной суммой главных радиусов кривизны, УМН, 8, вып. 3, 1953.
53. О внешней кривизне гладких поверхностей, ДАН СССР, 89, № 3, 1953.
54. Об устойчивости изолированных ребристых точек на выпуклой поверхности при изгибании, УМН, 8, вып. 3, 1953.

55. Об определении поверхности Ферми и скоростей электронов в металле по осцилляциям магнитной восприимчивости, ДАН СССР, 96, № 6, 1954 (соавтор И. М. Лифшиц).
56. Однозначная определенность бесконечных выпуклых поверхностей, ДАН СССР, 94, № 1, 1954.
57. Геометрия в Харьковском университете, Ученые записки ХГУ, 65, 1956 (соавторы Я. П. Бланк, Д. З. Гордевский).
58. Непрерывные отображения ограниченной вариации, ДАН СССР, 111, № 4, 1956.
59. Новое доказательство неизгибаемости выпуклых многогранников, УМН, 11, вып. 5, 1956.
60. О неизгибаемости общих бесконечных выпуклых поверхностей с полной кривизной 2π, ДАН СССР, 106, № 1, 1956.
61. Одно общее характеристическое свойство шара, УМН, 11, вып. 5, 1956.
62. Поверхности ограниченной внешней кривизны, Труды III Всесоюзного математического съезда, т. I, М., 1956.
63. Работы К. Ф. Гаусса по геометрии поверхностей, Вопросы истории естествознания и техники, вып. 1, 1956.
64. Распространение теоремы Гаусса о сферическом изображении на случай поверхностей ограниченной внешней кривизны, ДАН СССР, 111, № 5, 1956.
65. Некоторые вопросы теории поверхностей в римановом пространстве, Вестник Ленинградского ун-та, сер. матем., мех. и астр., № 7, 1957.
66. О преобразовании изометрических поверхностей, ДАН СССР, 122, № 1, 1958.
67. О регулярности выпуклых поверхностей с регулярной метрикой в пространствах постоянной кривизны, ДАН СССР, 122, № 2, 1958.
68. Одна теорема о бесконечно малых изгибаниях общих выпуклых поверхностей, ДАН СССР, 127, № 5, 1959.
69. Жесткость общих выпуклых поверхностей, ДАН СССР, 128, № 3, 1959.
70. Геометрия УССР, т. 3, 1960 (соавтор О. С. Смогоржевский).
71. Н. В. Ефимов (к 50-летию со дня рождения), УМН, 15, вып. 6, 1960 (соавтор А. Д. Александров).
72. О закритических деформациях сжатых цилиндрических оболочек, ДАН СССР, 134, № 1, 1960.
73. О сильно эллиптических уравнениях Монжа — Ампера, ДАН СССР, 132, № 3, 1960.
74. Об упругих деформациях выпуклых оболочек в закритической области, ДАН СССР, 133, № 4, 1960.
75. Жесткость на гомеоморфных сфере замкнутых поверхностей в римановом пространстве, ДАН СССР, 138, № 1, 1961.
76. Закритические деформации цилиндрических оболочек под внешним давлением, ДАН СССР, 138, № 6, 1961.
77. Изометрические преобразования пунктированных выпуклых поверхностей, ДАН СССР, 137, № 6, 1961.
78. К вопросу регулярности выпуклой поверхности с регулярной метрикой в эвклидовом пространстве, ДАН СССР, 139, № 5, 1961.
79. К вопросу об изометрическом погружении двумерного гомеоморфного сфере риманова многообразия в трехмерное риманово пространство, ДАН СССР, 139, № 4, 1961.
80. О регулярности выпуклых поверхностей с регулярной метрикой в пространстве Лобачевского, ДАН СССР, 137, № 1, 1961.
81. Об изометрическом погружении в целом двумерного риманова многообразия в трехмерное, ДАН СССР, 137, № 2, 1961.
82. А. Д. Александров (к 50-летию со дня рождения), УМН, 17, вып. 6, 1962 (соавторы Н. В. Ефимов, В. А. Залгаллер).
83. Закритические деформации цилиндрических оболочек при кручении, ДАН СССР, 142, № 2, 1962.
84. Закритические деформации ограниченно упругих оболочек, ДАН СССР, 149, № 4, 1963.
85. О нижней критической нагрузке для цилиндрических оболочек, ДАН СССР, 149, № 5, 1963.
86. Об устойчивости осесимметрических деформаций сферических оболочек при осесимметрических нагружениях, ДАН СССР, 151, № 5, 1963.
87. Потеря устойчивости оболочки вращения при внешнем давлении вдоль параллели ДАН СССР, 151, № 6, 1963.
88. Теория поверхностей и дифференциальные уравнения в частных производных (пленарный доклад), Труды IV Всесоюзного математического съезда, т. I, Л., 1963 (соавтор А. Д. Александров).
89. О критическом внешнем давлении на выпуклую пологую оболочку, ДАН СССР, 159, № 5, 1964.
90. Потеря устойчивости выпуклой оболочки под давлением туго натянутой нити, ДАН СССР, 156, № 5, 1964.
91. Потеря устойчивости оболочек вращения под внутренним давлением, ДАН СССР, 159, № 6, 1964.
92. О критическом внешнем давлении на эллипсоидальное днище цилиндрического резервуара, ДАН СССР, 164, № 3, 1965.
93. Потеря устойчивости оболочек вращения при кручении, ДАН СССР, 160, № 6, 1965.

94. Об энергии закритической деформации тонкой упругой оболочки, ДАН СССР, 171, № 2, 1966.
95. Общее критическое напряженное состояние строго выпуклой оболочки, ДАН СССР, 171, № 1, 1966.
96. Потеря устойчивости строго выпуклой оболочки при сосредоточенном нагружении, ДАН СССР, 170, № 6, 1966.
97. Априорные оценки для радиусов кривизны выпуклой поверхности, ДАН СССР, 173, № 6, 1967.
98. О правильном разбиении пространства Лобачевского, Матем. заметки, I, вып. 1, 1967.
99. Одна общая теорема существования для замкнутых выпуклых многогранников, ДАН СССР, 174, № 3, 1967.
100. Существование выпуклой гиперповерхности с данным соотношением между функциями кривизны, ДАН СССР, 174, № 4, 1967.
101. Существование выпуклой поверхности с данной функцией главных радиусов кривизны, ДАН СССР, 171, № 2, 1967.
102. О влиянии несовершенства закрепления края оболочки на потерю устойчивости, ДАН СССР, 179, № 2, 1968.
103. Одна вариационная задача в параметрической форме, ДАН СССР, 180, № 5, 1968.
104. Априорная оценка главных радиусов кривизны замкнутой выпуклой гиперповерхности в зависимости от ее гауссовой кривизны, ДАН СССР, 181, № 4, 1968.
105. Ще одне застосування геометрії, Наука і життя, № 3, 1962.
106. До висот науки, Молодь України, 1951, 25 лютого.