

Жюль-Анри Пуанкаре

(к 125-летию со дня рождения)

Величайший французский математик второй половины девятнадцатого века Анри Пуанкаре (1854—1912) родился 29 апреля 1854 года в г. Нанси в семье врача. В 1870 году А. Пуанкаре закончил с отличием лицей в Нанси. С 1875 года учился в Политехнической школе, а с 1875 по 1879 — в Высшей Горной школе, после окончания которой некоторое время работал в должности горного инженера на одном из рудников Франции. Еще в лицее А. Пуанкаре заинтересовался математикой и в 1879 году оставил службу на руднике и всецело посвятил себя научным занятиям и преподавательской деятельности. С 1879 по 1881 год А. Пуанкаре преподавал в Каннском университете, а в 1881 году, после присуждения степени доктора Парижского университета за сочинение «*Sur les propriétés des fonctions définies par les équations aux différentielles partielles*», был приглашен в Парижский университет в качестве *Maître de conférences*. Через пять лет А. Пуанкаре получил звание профессора математической физики и теории вероятностей в Парижском университете. В 1887 году в 33 года А. Пуанкаре был избран членом Парижской академии наук, а в 1908, после смерти Ж. Бертрана, удостоен высшей для французского ученого почести — избран в члены Французской академии.

Вся жизнь А. Пуанкаре была посвящена исключительно науке и связанной с ней преподавательской деятельностью в Сарбонне, Политехнической школе и Высшей школе почтового и телеграфного дела в Париже.

Творчество А. Пуанкаре отличается необыкновенной многосторонностью и продуктивностью, и в этом отношении он напоминает классических математиков Коши, Лагранжа и других.

За 35 лет своей научно-преподавательской деятельности А. Пуанкаре опубликовал свыше 500 мемуаров, более 20 томов курса математической физики, 10 монографий по математике, астрономии, механике и по вопросам философского характера.

В настоящей краткой заметке невозможно привести полный обзор разностороннего творчества А. Пуанкаре и поэтому остановимся в общих чертах только на некоторых выдающихся его результатах.

В области математики труды А. Пуанкаре, с одной стороны, завершили классическое направление, а с другой — наметили пути к развитию новой математики, в которой наряду с количественными соотношениями устанавливаются факты, имеющие качественный характер.

Большой цикл работ А. Пуанкаре относится к теории дифференциальных уравнений.

Как известно, качественные методы исследования дифференциальных уравнений появились в последней четверти XIX века и связаны с именами А. Ляпунова и А. Пуанкаре. Стимулом развития этих методов были проблемы космогонии, требовавшие анализа характера движения на бесконечном промежутке времени. А. Ляпунов поставил и для широкого класса случаев дал строгое решение частной задачи качественной теории — задачи об устойчивости движения. Заслугой А. Пуанкаре была постановка общей задачи качественного исследования дифференциального уравнения.

Уже докторская диссертация А. Пуанкаре посвящена изучению особых точек системы дифференциальных уравнений. После этого построению качественной теории был посвящен ряд мемуаров под общим названием «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями» («Sur les courbes définies par les équations différentielles»).

В этих работах А. Пуанкаре построил качественную теорию дифференциальных уравнений, исследовал характер расположения интегральных кривых на плоскости и на сфере, дал классификацию особых точек, изучил предельные циклы, расположение интегральных кривых на торе, некоторые свойства их в n -мерном пространстве и т. д.

В ряде случаев полученные здесь А. Пуанкаре результаты являются фундаментальными и послужили основанием для последующих исследований — исследования интегральных кривых на плоскости Бендиксона, исследования траекторий на торе А. Данжуа. Вопрос об интегральных кривых в n -мерном пространстве был поставлен А. Пуанкаре и полученные им результаты носят предварительный характер. Эта теория до сих пор не получила полного развития.

Хотя не все теоремы качественной теории строго доказаны А. Пуанкаре и мечта его о решении с помощью этой теории основных космогонических проблем осталась неосуществленной, все же его качественные методы глубоко проникли не только в области математики и механики, но и в области физики и техники. При этом большая заслуга в применении этих методов в физике принадлежит московской школе физиков Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси.

Замечательным наследием А. Пуанкаре является трехтомное сочинение «Новые методы небесной механики» («Les méthodes nouvelles dans la Mécanique céleste»), которое и до настоящего времени является настольной книгой не только для астрономов-теоретиков, но и для физиков и механиков.

В этих мемуарах А. Пуанкаре развил теорию периодических (первого и второго рода) и так называемых асимптотических и двоякопериодических решений дифференциальных уравнений и дал ей строгое обоснование. Этими работами он открыл ряд новых, ранее неизвестных движений: периодических и асимптотических. Ввел метод малого параметра, неподвижной точки, уравнений в вариациях, развил теорию инвариантов, которая впоследствии была применима в теории устойчивости движения материальных систем. Введенное А. Пуанкаре понятие инварианта позволило ему получить наиболее существенные из имеющихся в нашем распоряжении результатов по столь важному вопросу, как устойчивость солнечной системы.

Важные результаты были получены А. Пуанкаре в связи с исследованием рядов, которыми пользовались астрономы (ряды Линдштедта, Гильдена). Им было доказано, что эти ряды расходящиеся и обладают свойствами, аналогичными ряду Стирлинга. А. Пуанкаре в связи с этим построил свою теорию асимптотических разложений.

Метод, предложенный А. Пуанкаре для построения периодических решений нелинейных систем дифференциальных уравнений, содержащих малый параметр ϵ , нашел широкое применение в общей механике, электро- и радиотехнике, автоматике и различных разделах физики. Метод А. Пуанкаре стал одним из основных методов теории нелинейных колебаний.

Большой вклад в развитие и применение метода А. Пуанкаре к решению физических проблем принадлежит советским ученым, в первую очередь А. А. Андронову, А. А. Витту, Л. И. Мандельштаму, Н. Д. Папалекси, исследовавшим с его помощью ряд физических задач и изучавшим колебания в электрических контурах. Наиболее существенный вклад в развитие самого метода А. Пуанкаре был сделан И. Г. Малкиным, а также С. Н. Шимановым, А. П. Проскуряковым.

Работы А. Пуанкаре, посвященные решению дифференциальных уравнений, содержащих малый параметр, наряду с методами А. М. Ляпунова и

методами теории возмущений, разработанными астрономами, легли в основу асимптотических методов нелинейной механики, созданных в Киеве Н. М. Крыловым и Н. Н. Боголюбовым и получивших в настоящее время широкое применение при исследовании нелинейных колебательных систем.

А. Пуанкаре принадлежат также важные для изучения законов небесной механики труды по устойчивости движения и о фигурах равновесия вращающейся жидкости, частицы которой притягиваются по закону Ньютона. Эта проблема имела первостепенное значение в общей механике и в космогонии и привлекала внимание многих ученых.

Следует заметить, что в работах по небесной механике А. Пуанкаре часто пользовался рассуждениями по аналогии, которые благодаря нестрогой постановке и доказательству в ряде случаев приводили к неправильным выводам. Так, в работе английского астронома Д. Г. Дарвина, посвященной изучению грушевидной фигуры равновесия вращающейся жидкой массы, основанной на приближенной формуле А. Пуанкаре, был сделан ошибочный вывод об устойчивости грушевидной формы. Эта ошибка была исправлена А. М. Ляпуновым на основании строгого математического анализа.

При этом А. М. Ляпуновым было также установлено, при помощи вполне строгих доказательств, что результаты, полученные А. Пуанкаре в области исследования фигур равновесия, несмотря на нестрогость выводов и часто индуктивные сообщения в общем оказались правильными.

Под влиянием геометрических методов исследования дифференциальных уравнений, разработанных А. Пуанкаре, качественные методы начали называться топологическими. Методы эти явились основой формирования топологии как отдельной области математики. А. Пуанкаре явился создателем топологии, он владел топологической (геометрической) интуицией, как никто из математиков его времени и предшествующей эпохи. Топологическая интуиция пронизывает большинство самых замечательных работ А. Пуанкаре: теорию автоморфных функций, качественную теорию дифференциальных уравнений и весь цикл собственно его топологических работ — теория гомотопий, теорема о неподвижной точке для определенного класса непрерывных отображений плоского кругового кольца на себя (эта теорема во всей своей полноте была доказана уже после кончины ее автора американским математиком Дж. Д. Биркгофом), понятие комбинаторной топологии (числа Бетти, фундаментальная группа и т. д.), понятие размерности и т. д.

Рассмотрение обыкновенных дифференциальных уравнений с алгебраическими коэффициентами привело А. Пуанкаре к изучению новых классов трансцендентных функций — автоморфных функций, при разработке которых он воспользовался геометрией Лобачевского и в 1882 году дал ей новую интерпретацию.

В области математической физики А. Пуанкаре исследовал колебания трехмерных континуумов, изучил ряд задач теплопроводности, различные задачи теории потенциала, электромагнитных колебаний, звуковых колебаний газа в замкнутых сосудах и др.

Ему принадлежат также труды по обоснованию принципа Дирихле, для чего им был разработан так называемый метод выметания.

Большая заслуга А. Пуанкаре в создании специальной теории относительности. В 1902 году в книге «Наука и гипотеза» А. Пуанкаре впервые сформулировал принцип относительности для физических систем, движущихся со скоростью, меньшей чем скорость света. Им построены в статье «Про динамику электрона» математические и физические основы специальной теории относительности. В работах А. Пуанкаре, Г. Лоренца, А. Эйнштейна построены основы новой механики и новой электродинамики.

Труды А. Пуанкаре оказали существенное влияние на дальнейшее развитие в самых различных областях математики, механики и физики, теории дифференциальных уравнений, топологии, теории вероятностей, теории относительности, теории нелинейных колебаний и др.

Трудно назвать хотя бы один раздел математики, физики или астрономии, которого не коснулся бы А. Пуанкаре в своих исследованиях, в большинстве случаев выдающегося значения по важности и оригинальности предложенных в них методов и идей. Мало кто из математиков девятнадцатого столетия дал так много нашему поколению для развития многих научных направлений.

Многочисленные монографии и курсы лекций, написанные А. Пуанкаре, содержат мысли, которые принесли плоды в трудах ряда ученых, но многие из них еще ждут дальнейшей разработки.

Огромно влияние трудов А. Пуанкаре на развитие математических наук, и его заслуги перед наукой были признаны учеными всего мира. А. Пуанкаре состоял почетным или действительным членом почти всех академий Европы и Америки, был членом-корреспондентом Петербургской академии наук, почетным доктором многих университетов.

А. Пуанкаре написал также ряд популярных книг, посвященных проблемам современной математики, среди которых следует отметить «Ценность науки» (*La valeur de la science*, 1905 г.) и «Наука и гипотеза» (*La science et l'hypothèse*, 1902 г.). А. Пуанкаре неоднократно выступал по общим вопросам науки и был ее блестящим популяризатором.

Однако, его сочинения общепhilosophического характера имеют второстепенное значение, и здесь следует сразу упомянуть, что по своим философским взглядам А. Пуанкаре примыкал к махизму, а также значительное влияние на него оказали прагматизм и неокантианство. А. Пуанкаре не признавал объективного существования материи, проводя в своих философских работах точку зрения агностицизма. Глубокая критика философских взглядов А. Пуанкаре дана В. И. Лениным в работе «Материализм и эмпириокритицизм».

А. Пуанкаре вошел в науку как математик, обогативший почти все области математики результатами первостепенного значения. Он открыл новую эпоху в истории небесной механики, явился родоначальником топологии и теории относительности, участвовал в создании квантовой теории, в своих работах охватил почти всю теоретическую и математическую физику, был блестящим популяризатором науки.

Труды А. Пуанкаре существенно повлияли на современное состояние и развитие в области космогонии, топологии, теории вероятностей, теории относительности, нелинейной механики.

Многие его труды и до сих пор не потеряли своей актуальности и остаются составной частью современной науки и культуры.

Ю. А. Митропольский