УДК 519.4

В. Я. Голодец

Автоморфизмы факторов Араки — Вудса типа III_1

1. Фактор M в сепарабельном гильбертовом пространстве называется аппроксимативно конечным (а. к.) или инъективным [1], если в M существует возрастающая последовательность подфакторов $M_k \subset M$ типа I_{n_k}, $n_k < \infty$, такая, что $\left(\bigcup_k M_k\right)'' = M$. А. к. фактор называется фактором Араки — Вудса, если он распадается в бесконечное тензорное произведение конечных факторов типа I_n, $n < \infty$.

Задача описания а. к. факторов типа III_1 остается открытой [1], хотя именно такие факторы возникают в математической физике [2]. Согласно [3], все факторы Араки—Вудса типа III_1 изоморфны. В дальнейшем такой фактор будем обозначать через R_∞. Ввиду [4] всякий а. к. фактор типа III_1, обладающий почти периодическим весом, изоморфен R_∞.

В настоящей работе изучена группа $\mathrm{Aut} R_\infty$ (см. теорему 1) и рассмотрены III_1-факторы, являющиеся скрещенными произведениями R_∞ на его счетные аменабельные группы автоморфизмов (см. следствие 1).

Напомним, что $\mathrm{Aut}\, R_\infty$ — топологическая группа относительно топологии [5], задаваемой системой полунорм $\theta \to \| \theta^* \varphi(\cdot) \| = \| \varphi(\theta \cdot) \|$, где $\theta \in \mathrm{Aut}\, R_\infty$, $\varphi \in (R_\infty)_*$, а $(R_\infty)_*$ — преддвойственное пространство к R_∞, т. е. пространство нормальных функционалов на R_∞.

Теорема 1. *Если* $\mathrm{Int}\, R_\infty$ — *группа внутренних автоморфизмов* R_∞, *а* $\overline{\mathrm{Int}}\, R_\infty$ — *ее замыкание в* $\mathrm{Aut}\, R_\infty$, *то* $\mathrm{Aut}\, R_\infty = \overline{\mathrm{Int}}\, R_\infty$.

Следствие 1. *Если* Γ — *аменабельная счетная группа внешних автоморфизмов* R_∞ *такая, что скрещенное произведение* $W^*(R_\infty, \Gamma)$ *есть* III_1-*фактор, то* $W^*(R_\infty, \Gamma) \sim R_\infty$, *т. е. с помощью скрещенных произведений* R_∞ *на его счетные аменабельные группы автоморфизмов новых факторов типа* III_1 *получить нельзя.*

Действительно, если асимптотический период $p_a(\gamma)$ [6] автоморфизма $\gamma \in \Gamma$ совпадает с его порядком как элементом группы Γ, то следствие 1 вытекает из теоремы 1 и результатов [7].

В общем случае нужно рассмотреть группу $\mathrm{Ct}\, R_\infty$ центрально-тривиальных автоморфизмов R_∞ [6]: $\theta \in \mathrm{Aut}\, R_\infty$ принадлежит $\mathrm{Ct}\, R_\infty$, если для всякой ограниченной последовательности (x_n), где $x_n \in R_\infty$, такой, что $\lim_{n\to\infty} \| [\varphi, x_n] \| = 0$ $\forall \varphi \in (R_\infty)_*$ выполнено соотношение $s^* - \lim_{n\to\infty} (\theta(x_n) - x_n) = 0$.

Пусть ε — канонический гомоморфизм: $\mathrm{Aut}\, R_\infty \to \mathrm{Out}\, R_\infty = \mathrm{Aut}\, R_\infty / \mathrm{Int} R_\infty$, тогда $\varepsilon(\overline{\mathrm{Int}}\, R_\infty)$ лежит в централизаторе $\varepsilon(\mathrm{Ct}\, R_\infty)$ [6], а потому ввиду теоремы 1 $\varepsilon(\mathrm{Ct}\, R_\infty)$ — центр $\mathrm{Out}\, R_\infty$. Таким образом, для доказательства следствия достаточно установить следующий результат: а) если $\theta \in \mathrm{Ct}\, R_\infty$ такой, что $W^*(R_\infty, \theta)$ — III_1-фактор, то $W^*(R_\infty, \theta) \sim R_\infty$.

Приведем набросок доказательства а). Нам понадобится следующее утверждение, которое является следствием теоремы 1: б) если $\theta \in \operatorname{Aut} R_\infty$ такой, что $W^*(R_\infty, \theta)$ — III_1-фактор, то $W^*(R_\infty, \theta) \otimes R_\infty \sim W^*(R_\infty, \theta)$.

Справедливо и такое утверждение: в) если $\theta \in \operatorname{Ct} R_\infty$, то существует число $\lambda\ (0 < \lambda < 1)$ и ограниченная последовательность x_n (где $x_n \in R_\infty$) со свойствами $s^* - \lim\limits_{n\to\infty} [x_n, x] = 0\ \forall x \in R_\infty$ и $\| (\Delta^{1/2} - \lambda^{1/2}) x_n \xi \| \to 0$ (где ξ — циклический отделяющий вектор для R_∞, а Δ — отвечающий ξ модулярный оператор), такая, что $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}} \| (\theta(x_n) - x_n) \xi \| > 0$. Оказывается, что существует число $\theta(\lambda) \in \mathbf{T}$, а $\lim\limits_{n\to\infty} \| (\theta(x_n) - \theta(\lambda) x_n) \xi \| = 0$.

Действительно, если в) неверно, то, умножая θ на элемент из $\operatorname{Int} R_\infty$, получаем, что θ имеет вид $\bar\theta = \theta \otimes \mathrm{id} \in \operatorname{Aut}(R_\infty \otimes R_\infty)$. Тогда если $\gamma \in \operatorname{Aut}(R_\infty \otimes R_\infty)$ такой, что $\gamma(x \otimes y) = y \otimes x$, то $\gamma \bar\theta \gamma^{-1} \bar\theta^{-1} = (\theta \otimes \theta^{-1}) \in \operatorname{Int}(R_\infty \otimes R_\infty)$, так как $\bar\theta \in \operatorname{Ct} R_\infty$, и поэтому $\theta \in \operatorname{Int} R_\infty$, что исключено.

Покажем, что из б) и в) следует а). В силу б) достаточно доказать, что $W^*(R_\infty \otimes R_\infty, \theta \otimes \mathrm{id}) \sim R_\infty$. Но ввиду в) $p = p_a(\theta \otimes \mathrm{id})$ совпадает с периодом $\theta \otimes \mathrm{id}$, т. е. $(\theta \otimes \mathrm{id})^p = \mathrm{id}$ и $\theta \otimes \mathrm{id} \notin \operatorname{Ct} R_\infty$. Доказательство а) сводится к уже рассмотренному частному случаю.

2. Перейдем к доказательству теоремы 1. Напомним, что фактор R_λ называется фактором Пауэрса [3], если R_λ — бесконечное тензорное произведение факторов $N_2^i\ (i \in \mathbf{Z})$ типа I_2, т. е. $R_\lambda = \Big(\bigotimes\limits_{i\in Z} N_2^i\Big)''$, и на R_λ, задано продакт-состояние $\rho_\lambda = \prod\limits_{i\in Z} \mu_i$, где μ_i — состояние на N_2^i: $\mu_i(x) = \operatorname{tr}(x h_i)$, $h_i = (\lambda/1+\lambda) e_{11}^i + (1/1+\lambda) e_{22}^i$, $0 < \lambda < 1$, $x \in N_2^i$, а e_{mn}^i, $m, n = 1, 2$ — матричные единицы N_2^i.

Реализуем фактор R_∞ следующим образом: $R_\infty = R_{\lambda_1} \otimes R_{\lambda_2}$, где $\ln \lambda_1$ и $\ln \lambda_2$ рационально не соизмеримы. Состояние ρ на R_∞ определим как $\rho = \rho_{\lambda_1} \otimes \rho_{\lambda_2}$, тогда ρ — точное нормальное состояние на R_∞ [3].

Докажем сначала лемму, из доказательства которой будет видна общая схема доказательства теоремы 1.

Лемма 1. *Пусть* $\theta \in \operatorname{Aut} R_\infty$, $\rho\theta = \rho$, *тогда* $\theta \in \overline{\operatorname{Int}} R_\infty$.

Доказательство. Положим $R_n = \bigotimes\limits_{i=-n}^{n} (N_2^i \otimes N_2^i)$, тогда $R_n \subset R_\infty$ и $\Big(\bigcup\limits_n R_n\Big)'' = R_\infty$. Более того, R_n — $\mathrm{I}_{4^{2n+1}}$ — подфактор R_∞, инвариантный относительно модулярной группы $\sigma_t^\rho\ (t \in \mathbf{R})$, поскольку ρ — продакт-состояние. Пусть e_{ij}, $i, j = 1, \ldots, 4^{2n+1}$, — матричные единицы R_∞. Очевидно, $e_{ii} \in (R_\infty)_\rho$, где $(R_\infty)_\rho$ — централизатор ρ. Так как $\rho\theta = \rho$, то $\theta^{-1}(e_{ii}) \in (R_\infty)_\rho$ и $\rho(e_{11}) = \rho(\theta^{-1}(e_{11}))$. Следовательно, e_{11} и $\theta^{-1}(e_{11})$ эквивалентны относительно $(R_\infty)_\rho$ и существует частичная изометрия $w \in (R_\infty)_\rho$, такая, что $w^* w = e_{11}$, $ww = \theta^{-1}(e_{11})$. Положим $v_n = \sum\limits_j \theta^{-1}(e_{j1}) w e_{1j}$, тогда $v_n \in U((R_\infty)_\rho)$, где $U(M)$ — унитарная группа алгебры M, и $\theta^{-1}(x) = \operatorname{Ad} v_n x$ для $x \in R_n$.

Покажем, что $\theta = \lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{Ad} v_n^*$ в $\operatorname{Aut} R_\infty$. Пусть $\rho(x) = (x\xi, \xi)$, где $x \in R_\infty$, а ξ — циклический отделяющий вектор для R_∞ в пространстве представления H_ρ. Рассмотрим на R_∞ функционалы вида $\rho(h_1^* x h_2)$, где $h_i \in R_\infty$. Согласно [5] их линейные комбинации плотны по норме в $(R_\infty)_*$. Можно считать, что $h_i \in \bigcup\limits_n R_n$, поскольку $\forall \varepsilon > 0$ и $h \in R_\infty$ существует $h_\varepsilon \in \bigcup\limits_n R_n$, такой, что $\| (h - h_\varepsilon) \xi \| < \varepsilon$. Оценим выражение

$$| \rho(h_1^* \theta(x) h_2) - \rho(h_1^* \operatorname{Ad} v_n^*(x) h_2) | = | \rho(\theta^{-1}(h_1^*) x \theta^{-1}(h_2)) -$$
$$- \rho(\operatorname{Ad} v_n(h_1^*) x \operatorname{Ad} v_n(h_2)) |,$$

полагая, что $h_i \in R_m$, $i=1, 2$. Но поскольку при $m<n$ $\operatorname{Ad} v_n h_i = \theta^{-1}(h_i)$, $i=1, 2$, то последнее выражение равно нулю, что доказывает лемму.

Замечание. Пусть $\theta_\lambda \in \operatorname{Aut} R_\lambda$ такой, что если $x_i = \ldots I \otimes x \otimes I \ldots$, где $x \in N_2^i$, то $\theta_\lambda(x_i) = \ldots I \otimes x \otimes I \ldots$, где $x \in N_2^{i+1}$. Очевидно, $\rho_\lambda \theta_\lambda = \rho_\lambda$. Тогда $\theta = \theta_{\lambda_1} \otimes \theta_{\lambda_2} \in \operatorname{Aut}(R_{\lambda_1} \otimes R_{\lambda_2})$ и $\rho\theta = \rho$. Понятно, что $\theta\left(\bigcup_n R_n\right) = UR_n$ и $\theta^{2n+1}(R_n) \subset R_n' \cap \left(\bigcup_m R_m\right)$. Из доказательства леммы 1 вытекает, что для $x \in R_n$ существует $u_n \in U((\mathbf{R}_\infty)_\rho)$ такой, что $\theta^{2n+1}(x) = \operatorname{Ad} u_n x$.

Лемма 2. *Пусть $\theta \in \operatorname{Aut} R_\infty$ и пусть для произвольных $\varepsilon > 0$, $m \in \mathbf{N}$, $h_i \in R_m$, $i=1, 2$, существует $v = v(\varepsilon)$, $u = u(\varepsilon, m) \in U(R_\infty)$ со свойствами* а) $\|\rho\theta - \rho \operatorname{Ad} v\| < \varepsilon$; б) *если $\theta_v = \theta \operatorname{Ad} v^*$, то $\theta_v^{-1}(x) = \operatorname{Ad} ux$ для $x \in R_m$ и $\|(j_\rho u^* j_\rho - u)\xi\| < \varepsilon$, где j_ρ — унитарная инволюция, связанная с ξ* [5]. *Тогда $\theta \in \overline{\operatorname{Int}} R_\infty$.*

Доказательство. Из а) следует, что при $h_i \in R_m$ и $x \in R_\infty$

$$|\rho(h_2^* \theta_v(x) h_1) - \rho(\theta_v^{-1}(h_2^*)\, x \theta_v^{-1}(h_1))| < \varepsilon \|h_1\| \cdot \|h_2\| \cdot \|x\|, \tag{1}$$

а из б) находим, что

$$(x\theta_v^{-1}(h_1)\xi, \theta_v^{-1}(h_2)\xi) = (xuh_1u^*\xi, uh_2u^*\xi), \quad |(xuh_1u^*\xi, uh_2u^*\xi) - (xuh_1\xi, uh_2\xi)| \leqslant$$

$$\leqslant |(xuh_1(u^* - j_\rho u j_\rho)\xi, uh_2u^*\xi)| + |(xuh_1 j_\rho u j_\rho \xi, uh_2(u^* - j_\rho u j_\rho)\xi)| <$$

$$< 2\varepsilon \|h_1\| \cdot \|h_2\| \cdot \|x\|. \tag{2}$$

Из (1) и (2) следует, что при $x \in R_\infty$

$$|\rho(h_2^* \theta_v(x) h_1) - \rho(h_2^*(\operatorname{Ad} u^* x) h_1)| < 3\varepsilon \|h_1\| \cdot \|h_2\| \cdot \|x\|.$$

Полагая $\operatorname{Ad} v^* x = y$, из последнего неравенства получаем, что для $y \in R_\infty$ и $h_i \in R_m$, $i=1, 2$,

$$|\rho(h_2^* \theta(y) h_1) - \rho(h_2^*(\operatorname{Ad} u^* vy) h_1)| < 3\varepsilon \|h_1\| \cdot \|h_2\| \cdot \|y\|. \tag{3}$$

Положим $w_m = u(1/2^m, m)\, v(1/2^m)$. Тогда из (3), используя стандартные оценки, получим, что $\lim_{m\to\infty} \operatorname{Ad} w_m = \theta$ в $\operatorname{Aut} R_\infty$. Лемма доказана.

Лемма 3. *Пусть $(R_\infty)_1 = \{x \in R_\infty, \ \|x\| \leqslant 1\}$. Тогда, если $a_i \in (R_\infty)_1$,* $i=1, 2$, $\|(j_\rho a_i^* j_\rho - a_i)\xi\| = \beta_i$, то $\|(j_\rho (a_1a_2)^* j_\rho - a_1a_2)\xi\| \leqslant \beta_1 + \beta_2$.

Доказательство — очевидное следствие свойств j_ρ [5].

Лемма 4. *Пусть R — подфактор R_∞ типа I_p, $p = 2^k$, а f_{ij}, $i, j = 1, \ldots, p$, — его система матричных единиц. Тогда для всякого $\varepsilon > 0$ существует система матричных единиц f_{ij}^ε, $i, j = 1, \ldots, p$,* из $\bigcup_n R_n$, *такая, что $\|(f_{ij} - f_{ij}^\varepsilon)\xi\| < \varepsilon$.*

Доказательство достаточно традиционно для алгебр Неймана.

Лемма 5. *Пусть выполнены предположения леммы 4, а w_ε — частичная изометрия из R_∞, такая, что $w_\varepsilon^* w_\varepsilon = f_{11}^\varepsilon$, $w_\varepsilon w_\varepsilon^* = f_{11}$. Тогда* $\|(w_\varepsilon - f_{11})\xi\| < 7\varepsilon$, $\|(w_\varepsilon^* - f_{11}^\varepsilon)\xi\| \leqslant 7\varepsilon$ (см. [6]).

Лемма 6. *Пусть R_p — подфактор $\bigcup_n R_n$ типа I_p, где $p = 2^k$; e_{ij}, $i, j = 1, \ldots, p$, — его система матричных единиц, обладающих свойствами $\Delta_\rho^{1/2} e_{ij}\xi = \lambda_{ij}^{1/2} e_{ij}\xi$, $\lambda_{ij} = \lambda_{ij}^{-1}$, или $e_{ji}\xi = \lambda_{ij}^{1/2} j_\rho e_{ij} j_\rho \xi$.*

Пусть B_p — подфактор $\bigcup_n R_n$ типа I_p, f_{ij} — его система матричных единиц и

$$\|(j_\rho f_{ij} j_\rho - \lambda_{ij}^{-1/2} f_{ji})\xi\| < \delta, \quad i, j = 1, \ldots, p. \tag{5}$$

Тогда в $\bigcup_n R_n$ *будет существовать унитарный оператор* v, *такой, что* $ve_{ij}v^* = f_{ij}$, $j, j = 1, \ldots, p$, и

$$\| (j_\rho v^* j_\rho - v) \xi \| < p^2 \delta. \tag{6}$$

Доказательство. Пусть R_p, $B_p \subset R_{m(p)}$. Ввиду замечания существует такой унитарный оператор $u \in U((R_\infty)_\rho)$, что $B = uB_pu^* \subset R_p' \cap \cap \left(\bigcup_n R_n\right)$. Положим $f_{ij}' = uf_{ij}u^*$. Поскольку $u \in (R_\infty)_\rho$, то f_{ij}' удовлетворяет (5). Если $w = \sum_{i,j=1}^{p} e_{ij}f_{ji}'$, то из элементарной проверки видно, что w — унитарный оператор и $\mathrm{Ad}\, wf_{ij}' = e_{ij}$, $i, j = 1, \ldots, p$.

Учитывая (4) и (5), получим следующую оценку:

$$\| (j_\rho e_{ij} f_{ij}' j_\rho - e_{ji} f_{ij}') \xi \| \leqslant \| [j_\rho e_{ij} j_\rho (j_\rho f_{ji}' j_\rho - \lambda_{ij}^{1/2} f_{ij}') +$$
$$+ \lambda_{ij}^{1/2} f_{ij}' (j_\rho e_{ij} j_\rho - \lambda_{ji}^{1/2} e_{ji})] \xi \| < \delta.$$

Отсюда вытекает справедливость (6). Лемма доказана.

3. Завершим доказательство теоремы 1. В силу теоремы 4 из [8] для $\theta \in \mathrm{Aut}\, R_\infty$ и любого $\varepsilon > 0$ существует $v \in U(R_\infty)$, такой, что $\| \rho\theta - \rho\, \mathrm{Ad} v \| < \varepsilon$, или, если положить $\theta_v = \theta\, \mathrm{Ad}\, v^*$,

$$\| \rho\theta_v - \rho \| < \varepsilon^2, \quad \| \rho\theta_v^{-1} - \rho \| < \varepsilon^2. \tag{7}$$

Пусть e_{ij} — матричные единицы R_n, $i, j = 1, \ldots, 4^{2n+1}$. Тогда $\Delta_\rho^{1/2} e_{ij} \xi = \lambda_{ij}^{1/2} e_{ij} \xi$, $\Delta_\rho^{1/2} e_{ji} \xi = \lambda_{ji}^{1/2} e_{ji} \xi$, $\lambda_{ij} = \lambda_{ji}^{-1}$, или $e_{ji}\xi = \lambda_{ij}^{1/2} j_\rho e_{ij} j_\rho \xi$, $e_{ij}\xi = \lambda_{ij}^{-1/2} j_\rho e_{ji} j_\rho \xi$.

Рассмотрим подфактор $\theta_v^{-1}(R_n) \subset R_\infty$ с матричными единицами $f_{ij} = \theta_v^{-1}(e_{ij})$, $i, j = 1, \ldots, 4^{2n+1}$. Через $P^\#$ обозначим конус в гильбертовом пространстве H_ρ, в котором представлен R_∞, порожденный $xj_\rho xj_\rho \xi$, где $x \in R_\infty$. Согласно [5] (или [9]) существует единичный вектор η из $P^\#$, такой, что $\rho\theta_v(x) = (x\eta, \eta)$, $x \in R_\infty$, причем для η антиунитарный оператор j_η совпадает с j_ρ. Поскольку $\sigma_t^{\rho\theta_v} = \theta_v^{-1} \sigma_t^\rho \theta_v$, $t \in \mathbf{R}$, то

$$\sigma_t^{\rho\theta_v}(f_{ij}) = \lambda_{ij}^{it} f_{ij}, \quad f_{ji}\eta = \lambda_{ij}^{1/2} j_\rho f_{ij} j_\rho \eta.$$

Ввиду [5] (или [9]) $\| \xi - \eta \|^2 \leqslant \| \rho - \rho\theta_v \| < \varepsilon^2$, поэтому

$$\| (j_\rho f_{ij} j_\rho - \lambda_{ij}^{1/2} f_{ji}) \xi \| \leqslant (1 + \lambda_{ji}^{1/2})\, \varepsilon, \quad i, j = 1, \ldots, 4^{2n+1}. \tag{8}$$

Согласно лемме 4 существует I_p, $p = 4^{2n+1}$, подфактор $\bigcup_n R_n$ с матричными единицами $\tilde{f}_{ij}$, $i, j = 1, \ldots, p$, такой, что $\| (f_{ij} - \tilde{f}_{ij}) \xi \| < \varepsilon$, $i, j = 1, \ldots, p$. Но тогда

$$\| (j_\rho \tilde{f}_{ij} j_\rho - \lambda_{ij}^{1/2} \tilde{f}_{ji}) \xi \| \leqslant 2(1 + \lambda_{ji}^{1/2})\, \varepsilon. \tag{9}$$

Построим унитарный оператор $u_1 = \sum_l \tilde{f}_{j1} w t_{1j}$, где w — частичная изометрия из R_∞, такая, что $ww^* = \tilde{f}_{11}$, $w^*w = f_{11}$, и удовлетворяющая утверждениям леммы 5. Тогда получим $u_1 f_{ij} u_1^* = \tilde{f}_{ij}$, $i, j = 1, \ldots, p$, а поскольку в силу (8), (9) и леммы 5

$$\| (j_\rho f_{1i} w^* \tilde{f}_{1i} j_\rho - \tilde{f}_{i1} w f_{1i}) \xi \| \leqslant 3(1 + 7\lambda_{i1}^{1/2})\, \varepsilon,$$

то

$$\| (j_\rho u_1^* j_\rho - u_1) \xi \| < \varepsilon C_1(n), \qquad C_1(n) = 3 \sum_{k=1}^{p} (1 + 7\lambda_{k1}^{1/2}).$$

Согласно лемме 6 существует унитарный оператор u_2 со свойствами $u_2\tilde{f}_{ij}u_2^* = e_{ij}$, $i, j = 1, \ldots, p$, и $\| (j_\rho u_2^* j_\rho - u_2)\xi \| \leqslant 2p^2 \sup\limits_{i,j} (1 + \lambda_{ij}^{1/2})\,\varepsilon$. Но тогда $u = u_2 u_1$ будет унитарным оператором из R_∞, обладающим свойствами

$$uf_{ij}u^* = e_{ij},\ i, j = 1, \ldots, p,\ f_{ij} = \theta_v^{-1}(e_{ij}); \qquad \| (j_\rho u^* j_\rho - u)\xi \| < C(n)\,\varepsilon;$$

$$C(n) = C_1(n) + 16^{2n+1} 2 \sup_{i,j} (1 + \lambda_{ij}^{1/2}), \quad i, j = 1, \ldots, p, \quad p = 4^{2n+1}. \tag{10}$$

Итак, для $n \in \mathbf{N}$, $\varepsilon < 1/nc(n)$ мы указали унитарный оператор v, удовлетворяющий (7), и унитарный оператор u, для которого выполнено (10). Из леммы 2 вытекает, что $\theta \in \overline{\mathrm{Int} R_\infty}$. Теорема 1 доказана.

1. *Connes A.* A classification of injective factors (case III_λ, $\lambda \neq 1$).— Ann. Math., 1976, **104**. p. 73—115.
2. *Testard D.* Asymptotic ratio set of von Neumann algebras generated by temperature states in statistical mectanics.— Rept. Math. Phys., 1977, **12**, N 1, p. 115—118.
3. *Araki H.*, *Woods E. J.* A classification of factors.— Publ. Res. Inst. Math. Sc. : Kyoto Univ. Ser. A, 1968, **3**, p. 51—130.
4. *Голодец В. Я.* Автоморфизмы алгебр фон Неймана и аппроксимативно конечные факторы типа III_1 с почти периодическим весом.—Функцион. анализ и его прилож., 1980, **14**, вып. 2, с. 54—55.
5. *Haagerup U.* The standard form of von Neumann algebras.— Math. Scand., 1976, **37**, p. 271—283.
6. *Connes A.* On the classification of von Neumann algebras and their automorphisms.— Symp. Math., 1976, **20**, p. 435—478.
7. *Ocneanu A.* Actions des groupes moyennables sur les algèbras de von Neumann.— C. r. Acad sci. A, 1980, **291**, p. 399—401.
8. *Connes A.*, *Stormer E.* Homogenety of the state space of factors of type III_1.— J. Funct Anal., 1978, **28**, N 2, p. 187—420.
9. *Araki H.* Positive cone, Radon—Nicodym theorems, relative hamiltonian and Gibbs conditions in statistical mechanics (Preprint/Res. Inst. Math. Sc. : Kyoto Univ., 1973, N 151 — 64 p.).

Физико-технический институт
низких температур, Харьков

Поступила в редакцию
22.01.82