

ВСЕУКРАЇНСЬКА ШКОЛА-СЕМІНАР „НЕЛІНІЙНІ КРАЙОВІ ЗАДАЧІ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ”

При розв'язанні багатьох актуальних задач сучасних прикладних наук, у тому числі технічних та інженерних, виникають нелінійні крайові задачі як для звичайних диференціальних рівнянь, так і для рівнянь з частинними похідними. Нелінійний підхід дозволяє враховувати тонкі ефекти та найбільш важливі риси явищ і процесів, які залишаються поза увагою при дослідженні лінійної моделі. Але в математичному плані реалізація нелінійного підходу ускладнюється серйозними труднощами у фундаментальних дослідженнях крайових задач і при доведенні цих досліджень до практично реалізованих схем та алгоритмів.

Для координації та об'єднання зусиль в цій галузі виникає необхідність у проведенні симпозіумів, конференцій, шкіл та семінарів, присвячених лінійним та нелінійним проблемам сучасної математичної фізики.

У зв'язку з цим на базі фізико-математичного факультету Кам'янець-Подільського педагогічного інституту з 10 до 14 жовтня 1996 року працювала чергова Всеукраїнська школа-семінар „Нелінійні крайові задачі математичної фізики та їх застосування”, проведена з ініціативи Інституту математики Національної академії наук України.

Підготовкою й роботою школи-семінару керував оргкомітет у складі академіка НАН України А. М. Самойленка, докторів фізико-математичних наук А. А. Березовського, М. П. Ленюка, Ю. В. Теплінського, кандидатів фізико-математичних наук І. М. Конета, М. Р. Сіденка. В її роботі взяли участь 57 вчених, у тому числі 15 докторів і 20 кандидатів наук. Були представлені всі регіони України та провідні наукові установи, в яких проводяться дослідження нелінійних явищ сучасними методами диференціальних рівнянь та математичної фізики. Крім того, в роботі школи-семінару брали участь представники Росії, Сирії, Лівану.

Програма школи-семінару включала півгодинні оглядові доповіді, з якими виступили академік А. М. Самойленко та професор А. А. Березовський, двадцятихвилинні пленарні доповіді та п'ятнадцятихвилинні секційні повідомлення. З доповідями та повідомленнями виступили відомі вчені: доктори фізико-математичних наук А. Ю. Лучка, В. Г. Самойленко (Інститут математики НАН України), М. О. Перестюк (Національний університет ім. Т. Шевченка), Б. В. Гандель, О. М. Литвин (Харківський університет), В. М. Євтухов (Одеський університет), М. П. Ленюк, М. І. Матійчук, Р. І. Петришин (Чернівецький університет), А. Н. Хомченко (Херсонський індустріальний інститут) та ін.

Наукова програма школи-семінару охоплювала наступні напрямки.

Звичайні диференціальні рівняння. Тут розглянуто: сингулярні системи рівнянь 1-го порядку з операторами, залежними від невідомої функції і її похідних до n -го порядку, що мають r -параметричні сім'ї розв'язків; автономні диференціальні рівняння 2-го порядку з імпульсною дією і періодичною правою частиною; періодичні формальні розв'язки нелінійного диференціального рівняння 2-го порядку; майже періодичні траєкторії імпульсної системи звичайних інтегро-диференціальних рівнянь 1-го порядку; асимптотичні властивості розв'язків сингулярних систем диференціальних рівнянь з нестійкою точкою повороту; неосциляційні властивості розв'язків диференціальних рівнянь 2-го порядку та їх застосування в геометрії та теорії ймовірностей; існування та асимптотику розв'язку задачі Коші для сингулярного диференціально-операторного рівняння 1-го порядку; питання експоненціальної дихотомічності на R лінійних систем диференціальних рівнянь; точні розв'язки одного класу нелінійних рівнянь Іто; асимптотичні зображення для одного класу неколивних розв'язків нелінійного диференціального рівняння n -го порядку, розв'язаного відносно старшої похідної; асимптотичні зображення розв'язків лінійних диференціальних рівнянь n -го порядку та рівнянь типу Емдена – Фаулера n -го порядку; квазіперіодичні розв'язки одновимірного стаціонарного рівняння Шредінгера; чисельний метод розв'язання крайових задач для диференціальних рівнянь 2-го порядку з імпульсною дією; нелокальну задачу для диференціального рівняння 2-го порядку; асимптотичні зображення розв'язків лінійного неавтономного

однорідного диференціального рівняння 3-го порядку у випадку кратного кореня граничного характеристичного рівняння; хаотичну динаміку узагальненої адиабатично збудованої гамільтонової системи типу Хенона – Хейлеса; алгоритм усереднення для розривної нелінійної крайової задачі принципу максимуму Л. С. Понтрягіна; існування аналітичних розв'язків деяких напівявних диференціальних систем; нетерові задачі з повільно змінними частотами; лінійні диференціальні рівняння із запізненням і миттєвою корекцією початкових даних; питання звідності квазілінійних систем диференціальних рівнянь до стандартного вигляду; інваріантні множини стохастичних систем диференціальних рівнянь іто на площині; необхідні умови Парето-оптимальності для білінійних систем управління; питання про існування та єдиність розв'язку крайової задачі з додатковою умовою для диференціального рівняння 1-го порядку; поведінку розв'язків диференціального рівняння 1-го порядку з малим параметром; розщеплення лінійних сингулярно збудованих систем із запізненням; метод усереднення по частині куткових змінних в коливних системах з повільно змінними параметрами; метод Крилова — Боголюбова — Митропольського і метод рівнянь Фоккера — Планка — Колмогорова стосовно багаточастотних випадкових коливань в системах з випадковим відхиленням аргументу; зведених системи диференціальних рівнянь з виродженою матрицею при похідних до узагальненого L -діагонального виду; редукцію зліченноточкової крайової задачі до скінченновимірної випадку; оцінку фундаментальної матриці лінійних сингулярно збудованих диференціально-функціональних рівнянь; чисельно-аналітичний метод А. М. Самойленка побудови періодичних розв'язків систем різницевого рівняння.

Диференціальні рівняння з частинними похідними. В цьому напрямку досліджено: множини початкових значень гладких розв'язків деяких диференціально-операторних рівнянь параболічного типу; ядра Пуассона для сингулярних параболічних рівнянь з крайовими операторами порядку не нижче, ніж порядок рівняння; початково-крайові задачі з вільними межами для нелінійного параболічного рівняння відносно скалярної функції та поверхні її рівня; різницеві схеми для рівняння дифузії дробового порядку; достатні умови існування обмежених розв'язків систем диференціально-функціональних рівнянь з частинними похідними в обмеженій і необмеженій областях; наближені розв'язки нелінійних крайових задач для рівнянь дивергентного типу з розривними коефіцієнтами; багатоточкові задачі для рівнянь з частинними похідними безмежного порядку; крайові задачі для рівняння змішаного типу з двома лініями виродження; розв'язки диференціального включення дробового порядку; задачі з нелокальними умовами для слабконелінійного гіперболічного рівняння зі сталими коефіцієнтами; існування розв'язків нелінійних еліптичних рівнянь другого порядку, що вироджуються; просторову локалізацію розв'язків крайових задач для параболічних рівнянь, що вироджуються; задачі з дробовим інтегралом і дробовою похідною в крайових умовах для рівняння теплопровідності; триточкову задачу для гіперболічного рівняння 2-го порядку в безмежній смузі; умови існування і єдиності розв'язку квазілінійної мішаної задачі для квазіхвильового рівняння; періодичні розв'язки хвильових рівнянь нейтрального типу; достатні умови коливності вздовж прямої розв'язків нелінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними; умови конкретної розв'язності крайових задач для рівняння теплопровідності в просторах Ліувілля.

Інтегральні та операторні рівняння. Інтегральні перетворення. Тут досліджено: модифікований варіант проекційно-ітеративного методу розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь; нелінійні сингулярні інтегральні рівняння стаціонарних задач теплового проміняючого тіла; зв'язок між лінійною задачею з керуванням та задачею побудови розв'язку неоднорідного лінійного рівняння на спектрі, зокрема інтегрального рівняння Фредгольма другого роду; варіаційно-ітеративний метод розв'язання операторних рівнянь з малою нелінійністю; задачу з параметрами для лінійного сингулярного інтегрального рівняння з ядром Коші і обґрунтування ітеративного методу побудови її наближених розв'язків; застосування ітеративно-градієнтного методу для лінійних рівнянь з симетричним і додатно визначеним оператором у загальному розумінні; операторний метод розв'язання двовимірної системи потрійних інтегральних рівнянь з використанням операторів дробового інтегрування; новий метод отримання граничних сингулярних інтегральних рівнянь аксіально симетричних крайових задач математичної фізи-

ки. Введено поняття односторонніх факторизацій, що дає змогу одержати однопараметричні рівняння, які узагальнюють відомі рівняння типу Вінера – Хопфа. Запроваджено нові класи гібридних інтегральних перетворень, породжені найчастіше вживаними при математичному моделюванні нелінійних процесів диференціальними операторами другого порядку (Фур'є, Бесселя, Лежандра), як ефективний апарат розв'язання лінійних крайових задач математичної фізики неоднорідних середовищ та математичного аналізу, зокрема підсумовування функціональних рядів та обчислення невластних інтегралів.

Задачі математичної фізики. Було розглянуто: нелокальні задачі кондуктивного та радіаційного теплообміну; одновимірні задачі теплопровідності з нелінійними крайовими умовами, що містять дробову похідну за часом; нелінійні задачі теплових процесів в поглинаючих шаруватих середовищах; стаціонарну задачу Стефана з коефіцієнтом теплопровідності, залежним від температури; термонапружений стан неоднорідного термочутливого циліндра у випадку одновимірного температурного поля; задачу теплопровідності термочутливих тіл простої геометрії при наявності конвективно-променевого теплообміну; математичні моделі температурного поля при нанесенні гарячого крапельного покриття на частину його поверхні; закономірності процесу запалювання енергетичних матеріалів; термов'язкопружний стан прямокутної пластини; задачу нестационарного випаровування термічно тонкої пластини; нестационарне температурне поле пористого матеріалу; інваріантні розв'язки задачі променевої теплопровідності; теплові пробої п'єзоелектричного шару; задачі з вільними межами в рекреаційних проблемах Чорного моря; двовимірні задачі в системах ультрафільтрації і зворотного осмосу; математичну модель осесиметричної гіпотермії біотканини; задачі з вільними межами в проблемах медицини; метод варіаційних параметрів у задачах кріодеструкції; нелінійні коливання пружного тіла та пружних оболонок; коливання кусково-однорідної струни; статичну задачу деформації пологих оболонок; нелінійну задачу динаміки оболонки обертання; двовимірну геометрично та фізично нелінійну задачу статико гіперпружних плоских мембран; динаміку сорбції газів в області малих концентрацій; функції Гріна і хвильового поля в нелінійному релаксуючому середовищі; існування і єдиність розв'язку нелінійних рівнянь електромагнітопружності. Запропоновано: модель процесу окислення поверхні бінарних твердих розчинів; аналітико-математичну модель процесора, що керується потоком даних; рівняння динаміки і граничні умови для градієнтного поляризаційно-деформаційного ефекту в твердих тілах; метод скінченних елементів з використанням інтерлінації для розв'язання нестационарного рівняння теплопровідності; асимптотичний метод розв'язання нелінійних задач теорії пружності; рівняння руху осесиметрично деформованих пологих гнучких оболонок обертання з приєднаними масами; наближене розв'язання нелінійного рівняння теплопровідності кристалізуючого кремню методом усереднення функціональних поправок; метод наближеного розв'язання плоскої задачі рентгенівської комп'ютерної томографії; скінченно-елементну реалізацію методу зведення до систем лінійних інтегро-диференціальних рівнянь розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона в довільній області; гранично-елементну схему розв'язання задач теорії потенціалу в кусково-однорідних середовищах; новий підхід до виведення рівнянь гравітаційного поля і рівнянь Максвелла; проекційно-сіткові і варіаційно-різницеві методи розв'язання двовимірних нелінійних початково-крайових задач тепловипромінюючого тіла. Одержано: точні аналітичні розв'язки алгоритмічного характеру лінійних задач теплопровідності, термopужності і термов'язкопружності для кусково-однорідних масивних тіл і кусково-однорідних тонкостінних елементів конструкцій як в детермінованій, так і в стохастичній постановці (в рамках кореляційної теорії).

Заслужували на увагу доповіді, присвячені різним задачам аналізу, зокрема теорії наближень, теорії функцій, теорії різницевих схем.

У цілому представлені доповіді відобразили сучасний стан досліджень в області математичної фізики та математичного моделювання, теорії звичайних диференціальних рівнянь і рівнянь з частинними похідними, інтегральних рівнянь та їх застосувань. У процесі обговорення виявлялись труднощі теоретичного і прикладного характеру, з'ясувались можливості використання всього арсеналу методів сучасного аналізу.

Важливим досягненням школи-семінару є встановлення плідних наукових контактів та відвертий обмін думками з питань математичного моделювання назрілих нелінійних проблем сучасного природознавства, створення математичного апарату їх дослідження та розробки ефективних конструктивних методів розв'язання.

Матеріали роботи школи-семінару опубліковано у вигляді збірника наукових праць „Нелінійні крайові задачі математичної фізики та їх застосування” (у двох частинах).

Для подальшого вивчення нелінійних процесів сучасного природознавства Інститутом математики Національної академії наук України спільно з Кабардино-Балкарським університетом та Науково-дослідним інститутом прикладної математики і автоматизації Кабардино-Балкарського наукового центру Російської академії наук планується проведення Міжнародної конференції „Нелінійні проблеми диференціальних рівнянь і математичної фізики” з 2 до 6 червня 1997 року на навчально-науковій базі КБДУ (Приельбрусья).

*А. М. Самойленко, А. А. Березовський, М. П. Ленюк,
Ю. В. Теплінський, І. М. Конет*